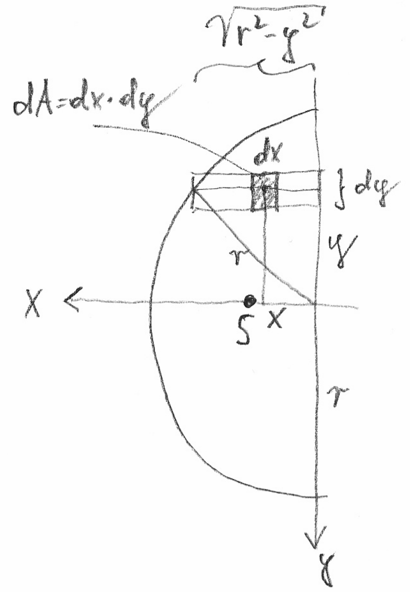
geometrischer Schwerpunkt (Massenmittelpunkt) eines Halbkreises (einer Halbkreisfläche)




physikalischer Zugang:

$y_S = \emptyset$ aus Symmetriegründen liegt der Schwerpunkt (Massenmittelpunkt) auf der x-Achse

Drehmoment des infinitesimalen Flächenstücks $dA = dx\cdot dy$ bezüglich y-Achse:

$$M_{dA,y} = x\cdot dA = x\cdot dx\cdot dy$$

Drehmoment des infinitesimalen Streifens der Breite $dy$ bezüglich y-Achse:

$$dM_y = \int_{x=0}^{\sqrt{r^2-y^2}} x\cdot dx\cdot dy = \frac{1}{2}\left(r^2-y^2\right)\cdot dy$$

Summe über alle Streifen der Breite $dy$:

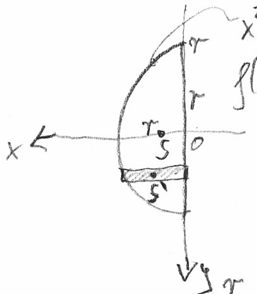
$$M_{y,\text{gesamt}} = 2\cdot\int_{y=0}^{r}\frac{1}{2}\left(r^2-y^2\right)dy = \frac{2}{3}r^3$$

$$X_S = \frac{\sum_i \Delta A\cdot x_i}{A} \to \frac{\int_A x\cdot dA}{A}$$

$$A_{1/2\text{-Kreis}} = r^2\pi/2$$

$$\underline{X_S = \frac{\frac{2}{3}r^3}{r^2\pi/2} = \frac{4r}{3\pi}} \qquad \underline{S\left(\frac{4r}{3\pi}\middle|\emptyset\right)}$$

(rein) mathematischer Zugang:




$x^2+y^2=r^2$

$f(y)=x=\sqrt{r^2-y^2}$

$$\underline{X_S} = 2\cdot\frac{1}{A_{ges}}\cdot\int_{y=0}^{r} f(y)\,dy\cdot\frac{f(y)}{2} =$$

$$= \frac{1}{A_{ges}}\cdot\int_{y=0}^{r} f(y)^2\,dy =$$

$$= \frac{1}{r^2\pi/2}\cdot\int_{y=0}^{r}\left(r^2-y^2\right)dy = \frac{1}{r^2\pi/2}\cdot\frac{2r^3}{3} =$$

$$= \underline{\frac{4r}{3\pi}}$$