log_spirale_berechnungen.pdf

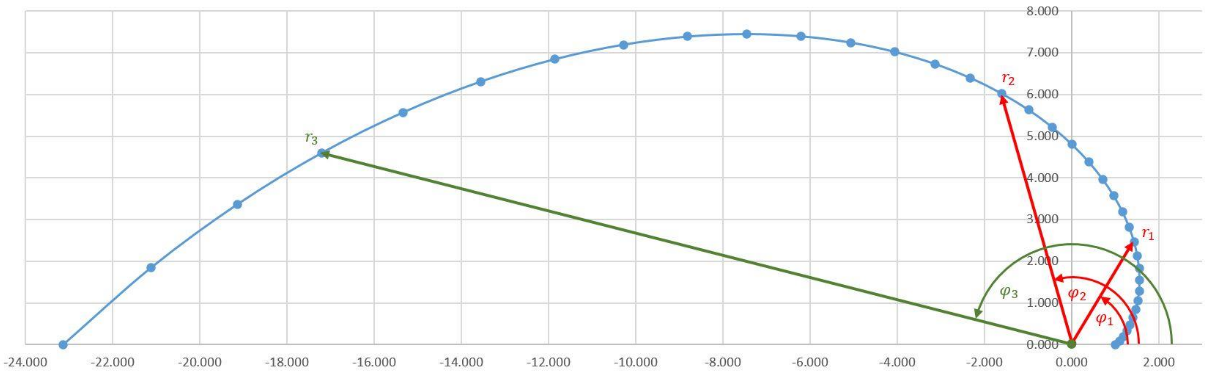
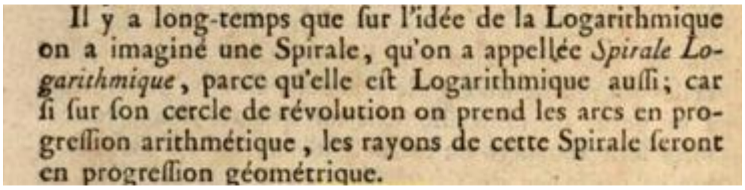


Abb 1 Grafisches Rechnen mit Hilfe der logarithmischen Spirale. Um zwei Zahlen r_1 und r_2 miteinander zu multiplizieren müssen die zu r_1 und r_2 gehörenden Winkel addiert werden. Der zu diesem Summenwinkel gehörende Radius $r_3(= r_1 \cdot r_2)$ ist abzulesen.
$r_1 = 2{,}85 \to \varphi_1 = 60°, r_2 = 6{,}25 \to \varphi_2 = 105°, \varphi_3 = 165° \to r_3 = 17{,}81\ (2\ Dez.)$

Begründung: $r_1 = e^{\varphi_1} \to \varphi_1 = \ln(r_1), r_2 = e^{\varphi_2} \to \varphi_2 = \ln(r_2)$
$\varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 = \ \ln(r_1) + \ln(r_2) = \ln(r_1 \cdot r_2) = \ln(r_3)$
Der Summe der Winkel φ_1 und φ_2 ist das Produkt der zugehörigen Radien r_1 and r_2 zugewiesen.
Wurzelziehen ist auch möglich: $r_x = \sqrt{r} = r^{\frac{1}{2}},\ \ln(r_x) = \frac{1}{2} \cdot \ln(r) \Rightarrow \varphi_x = \frac{1}{2} \cdot \varphi_r$
Will man die Quadratwurzel aus einer Zahl r ziehen, ist der zu r gehörende Winkel zu halbieren. Der zu diesem Winkel gehörende Radius r_x ist abzulesen.

Die logarithmische Spirale kann demnach in geometrischer-grafischer Hinsicht die gleiche Aufgabe wie eine Logarithmentafel für das numerische Rechnen erfüllen. Unter diesem Aspekt ist die vom französischen Mathematiker Pierre de Varignon aus dem Jahr 1704 stammende Namensgebung „logarithmische“ Spirale verständlich [1]. In der Fachliteratur wird hingegen die Herkunft des Attributs „logarithmisch“ häufig der direkten Proportionalität zwischen dem (natürlichen) Logarithmus des Radius und dem Polarwinkel
$\ln(r) = \ln(e^{\varphi}) = \varphi \cdot \ln(e) = \varphi \cdot 1 = \varphi$ zugeschrieben.
Da der Radius der logarithmischen Spirale $r(\varphi) = e^{\varphi}$ exponentiell vom Polarwinkel abhängt könnte man sie (m. M.) auch Exponentialspirale nennen.

[1]
Die Struktur ihrer polaren Kurvengleichung veranlasste Pierre de Varignon (1654-1722), diese Spirale als logarithmische Spirale zu bezeichnen [Loria 1911, S. 61].
Varignon download : https://books.google.at/


Il y a long-temps que ſur l'idée de la Logarithmique on a imaginé une Spirale, qu'on a appellée *Spirale Logarithmique*, parce qu'elle eſt Logarithmique auſſi; car ſi ſur ſon cercle de révolution on prend les arcs en progreſſion arithmétique, les rayons de cette Spirale ſeront en progreſſion géométrique.

„… les arcs en progression arithmétique, les rayons de cette
Spirale seront en progression géométrique.“
Pierre de Varignon, 1704, HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, Année M. DCCIV
Bilden „die Bögen“ (= Winkel) „eine arithmetische Folge, werden die Radien dieser Spirale in geometrischer Folge sein“

s. a.
LogSpiralCurve_K&E_Cox.pdf
log_Spirale_Basis_e.xlsx